Turinys

Minimalus-HTTPS 2
Viešųjų parametrų apskaičiavimas 2
Minimalus-HTTPS 3
Minimalus-HTTPS, Imimsociety svetainės užduotis 9

Minimalus-HTTPS

(angl. *Mini-Hyper-text transfer protocol secure*, *Mini-Https*)

Minimalus (HTTPS principo supratimui supaprastintas paaiškinimas)-HTTPS yra HTTP protokolo saugi versija, įtraukianti SSL/TLS (angl. *Secure Socket Layer/Transport Layer Security*) šifravimą. Šis šifravimas užtikrina, kad visi duomenys, siunčiami tarp naršyklės ir serverio, yra užšifruoti ir saugūs nuo perėmimo ar modifikavimo. Be to, užtikrina informacijos konfidencialumą, vientisumą ir autentiškumą, net ir naudojant atvirus ryšio kanalus.

HTTPS ypač svarbus svetainėse, kuriose apdorojama asmeninė ar finansinė informacija, pavyzdžiui, internetinėse parduotuvėse ar bankų svetainėse.

Viešųjų parametrų apskaičiavimas

Viešieji parametrai **PP**=(***p***, ***g***)

Apskritai sudėtinga užduotis rasti generatorius aibėje $\mathbf{Z}_p^* = \{1, 2, 3, \ldots, p-1\}$, tačiau naudojant stiprų pirminį ***p*** ir *Lagranžo teoremą grupės teorijoje*, generatorių $\mathbf{Z}_p^*$ galima rasti atsitiktine tvarka. Paieška laikoma užbaiga jei tenkinamos dvi sąlygos:

1. jeigu ***p*** ir ***q*** yra stiprūs pirminiai $p = 2 \cdot q + 1 \rightarrow q = (p-1)/2$;
2. jeigu visi $g \in \Gamma$, $g^q \neq 1 \ \textbf{\textit{mod}}\ p$ ir $g^2 \neq 1 \ \textbf{\textit{mod}}\ p$. **Tik 40% skaičių yra generatoriai.**

Pavyzdinis generatoriaus radimas (***g*** didinamas po vienetą, kol *ans* $g^q \neq 1$ **mod** ***p*** ir $g^2 \neq 1$ **mod** ***p***):

```
>> p=genstrongprime(28)
p = 187086587
>> isprime(p)
ans = 1
>> q=(p-1)/2
q = 93543293
>> isprime(q)
ans = 1
>> g=2;
g=2
>> mod_exp(g,q,p)
ans = 187086586
>> mod_exp(g,2,p)
ans = 4
```

```
>> p=genstrongprime(28)
p = 241301447
>> q=(p-1)/2
q = 120650723
>> g=2;
>> mod_exp(g,q,p)
ans = 1
>> g=5;
>> mod_exp(g,q,p)
ans = 241301446
>> mod_exp(g,2,p)
ans = 25
```

```
>> p=genstrongprime(28)
p = 224013599
>> q=(p-1)/2
q = 112006799
>> g=111;
>> mod_exp(g,q,p)
ans = 224013598
>> mod_exp(g,2,p)
ans = 12321
```

Toliau naudosime ***p***=int64(144668519); ***g***=7.

Minimalus-HTTPS

Aldonos kreipimąsi į **Banką** vaizduojanti schema pateikiama 1 pav.

1.1 Pasirinkti atsitiktinį privatų raktą

$$PR_A = x,\ x \leftarrow \text{randi}(Z_{p-1})$$

ir apskaičiuoti viešą raktą:

$$VR_A = a = g^x \bmod p$$

1.2 Pasirinkti atsitiktinį skaičių

$$u \leftarrow \text{randi}(Z_{p-1})$$

ir apskaičiuoti sesijos viešą parametrą:

$$t_A = g^u \bmod p;$$

1.3 Pasirašyti t_A su Šnoro parašu $\sigma = (r_A, s_A)$: pasirinkti atsitiktinį skaičių

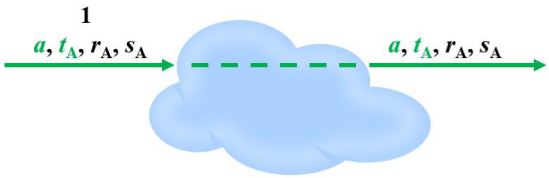
$$i \leftarrow \text{randi}(Z_{p-1})$$

1.4 Apskaičiuoti pirmą parašo komponentę:

$$r_A = g^i \bmod p;$$

1.5 Apskaičiuoti antrą parašo komponentę:

$$h = \text{hash}(\text{concat}(t_A, r_A)),$$
$$s_A = (i + xh) \bmod (p - 1).$$



1 pav. Aldona kreipiasi į Banką

Aldonos veiksmai kreipiantis į **Banką**:

1.1. Pasirinkite atsitiktinį privatų raktą $PR_A = x$, $x \leftarrow \text{randi}(Z_{p-1})$, kad $1 < x < p-1$ ir apskaičiuokite viešą raktą: $VR_A = a = g^x \bmod p$:

```
>> x=int64(randi(p-1))
x = 93976157
>> 1 < x & x < p-1
ans = 1
```

```
>> a=mod_exp(g,x,p)
a = 139483450
```

1.2. Pasirinkite atsitiktinį skaičių $u \leftarrow \text{randi}(Z_{p-1})$, kad $1 < u < p-1$ ir apskaičiuokite viešą sesijos parametrą $t_A = g^u \bmod p$:

```
>> u=int64(randi(p-1))
u = 74837953
>> 1 < u & u < p-1
ans = 1
```

```
>> tA=mod_exp(g,u,p)
tA = 48755790
```

1.3. Pasirašykite t_A su Šnoro parašu $\sigma_A = (r_A, s_A)$, pasirinkę atsitiktinį skaičių $i \leftarrow \text{randi}Z(_{p-1})$, kad $1 < i < p-1$:

1.3.1. Apskaičiuoti pirmą parašo komponentę: $r_A = g^i \bmod p$:

```
>> i=int64(randi(p-1))
i = 142081823
>> 1 < i & i < p-1
ans = 1
```

```
>> rA=mod_exp(g,i,p)
rA = 140311641
```

1.3.2. Sujunkite (angl. concat) t_A ir r_A, apskaičiuodami santrauką $h_A = H(t_A || r_A)$ ir apskaičiuokite antrąją parašo komponentę $s_A = (i + xh) \bmod (p - 1)$:

```
>> hA = hd28(concat(tA, rA))
hA = 96291913
```

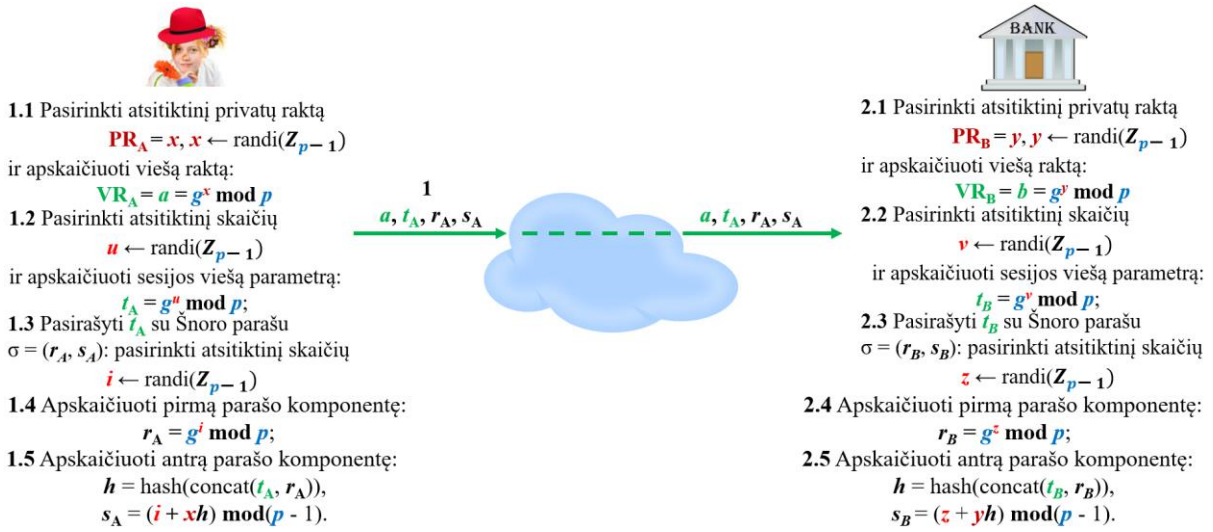
```
>> sA=mod(i+x*hA,p-1)
sA = 98793216
```

1.3.3. Parašas h_A santraukai yra $\sigma_A = (r_A, s_A)$

Pasirašyti$(x, h_A) = \sigma_A = (r_A, s_A) = (140311641, 98793216)$.

1.4. Aldona siunčia **Bankui** savo viešą raktą b, sesijos viešą parametrą t_B ir šiam parametrui suformuotą parašą σ_A.

Banko atsakymą į **Aldonos** kreipimąsi vaizduojanti schema pateikiama 2 pav.



2 pav. Bankas atsako Aldonai

Banko veiksmai atsakant **Aldonai**:

2.2. Pasirinkite atsitiktinį privatų raktą $PR_B = y$, $y \leftarrow randi(Z_{p-1})$, kad $1 < y < p-1$ ir apskaičiuokite viešą raktą: $VR_B = b = g^y \bmod p$:

```
>> y=int64(randi(p-1))
y = 122477781
>> 1 < y & y < p-1
ans = 1
```

```
>> b=mod_exp(g,y,p)
b = 88951568
```

2.3. Pasirinkite atsitiktinį skaičių $v \leftarrow randi(Z_{p-1})$, kad $1 < v < p-1$ ir apskaičiuokite viešą sesijos parametrą $t_B = g^v \bmod p$:

```
>> v=int64(randi(p-1))
v = 127467388
>> 1 < v & v < p-1
ans = 1
```

```
>> tB=mod_exp(g,v,p)
tB = 37944166
```

2.4. Pasirašykite t_B su Šnoro parašu $\sigma_B = (r_B, s_B)$, pasirinkę atsitiktinį skaičių $z \leftarrow randi Z_{p-1}$), kad $1 < z < p-1$:

2.4.1. Apskaičiuokite pirmą parašo komponentę: $r_B = g^z \bmod p$:

```
>> z=int64(randi(p-1))
z = 35145884
>> 1 < z & z < p-1
ans = 1
```

```
>> rB=mod_exp(g,z,p)
rB = 142067410
```

2.4.2. Sujunkite (angl. concat) t_B ir r_B, apskaičiuokite santrauką h_B=H(t_B||r_B) ir apskaičiuokite antrąją parašo komponentę $s_B = (z + yh) \bmod (p - 1)$:

```
>> hB = hd28(concat(tB, rB))
hB = 44653728
```

```
>> sB=mod(z+y*hB,p-1)
sB = 102969376
```

2.4.3. Parašas h_B santraukai yra $\sigma_B = (r_B, s_B)$

Pasirašyti(y, h_B) = $\sigma_B = (r_B, s_B)$ = (142067410, 102969376).

2.5. Bankas siunčia **Aldonai** savo viešą raktą b, sesijos viešą parametrą t_B ir šiam parametrui suformuotą parašą σ_B.

Aldonos pinigų pervedimo operacijos pranešimo parengimą ir perdavimą į **Banką** vaizduojanti schema pateikiama 3 pav.

a, t_A, r_A, s_A

b, t_B, r_B, s_B

3.1 Apskaičiuoti h' ir patikrinti:

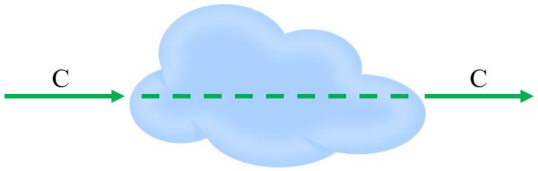
$$h' = \mathrm{H}(t_B \parallel r_B),$$

$$g^{s_B} \bmod p = r_B\, b^{h'} \bmod p.$$

V1 = V2

3.2 Apskaičiuoti bendrą slaptą simetrinį raktą k:

$$k = t_B{}^u \bmod p$$



3.3 Transformuoti k į šešioliktainę formą:

k_h = hexadecimal(k);

3.4 Pasirinkti pranešimą m (*pvz.*, m = '1020') ir užšifruoti:

C = AES128(m, k_h, 1, 'e').

3 pav. Aldona siunčia pranešimą į Banką

Aldonos veiksmai siunčiant pinigų pervedimo operacijos pranešimą į **Banką**:

3.1. Apskaičiuokite santrauką h' = H(t_B || r_B), **V1** = $g^{sB} \bmod p$, **V2** = $r_B\, b^{h'} \bmod p$ ir patikrinkite ar **V1 = V2**:

V1

>> V1=mod_exp(g,sB,p)

V1 = 99127062

V2

>> hB=hd28(concat(tB,rB))

hB = 44653728

>> bhB=mod_exp(b,hB,p)

bhB = 1368610

>> V2=mod(rB*bhB,p)

V2 = 99127062

>> V1==V2

ans = 1 ← jeigu **1** parašas tikras

3.2. Apskaičiuokite bendrą slaptą simetrinį raktą $k = t_B{}^u \bmod p$:

>> k=mod_exp(tB,u,p)

k = 137071686

3.3. Paverskite k į šešioliktainę formą: k_h = hex(k):

>> kh=dec2hex(k, 32)

kh = 00000000000000000000000082B8C46

3.4. Pasirinkite pranešimą m (*pvz.*, m = '1020') ir užšifruokite:

>> NR=1

NR = 1

>> fun='e'

fun = e

>> m='1020'

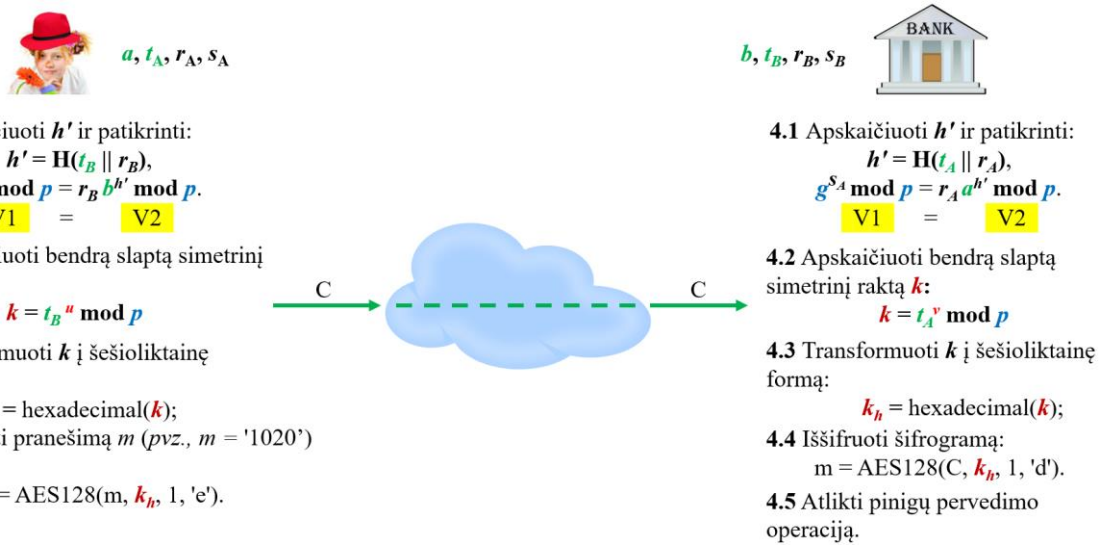
m = 1020

>> c = AES128(m, kh, NR, fun)

c = 930739089307f45393cb3953ea2cb515

3.5. Aldona siunčia **Bankui** šifrogramą **c**.

Banko pranešimo priėmimą vaizduojanti schema pateikiama 4 pav.



4 pav. Bankas peržiūri Aldonos atsiųstą pranešimą

Banko veiksmai į **Aldonos** pranešimą:

4.1. Apskaičiuokite santrauką $h' = H(t_A \| r_A)$, $V1 = g^{sA} \bmod p$, $V2 = r_A\, a^{h'} \bmod p$ ir patikrinkite ar **V1 = V2**:

V1

>> V1=mod_exp(g,sA,p)

V1 = 110503357

V2

>> hA=hd28(concat(tA,rA))

hA = 96291913

>> ahA=mod_exp(a,hA,p)

ahA = 51206859

>> V2=mod(rA*ahA,p)

V2 = 110503357

>> V1==V2

ans = 1 ← jeigu **1** parašas tikras

4.2. Apskaičiuoti bendrą slaptą simetrinį raktą $k = t_A{}^v \bmod p$:

>> k=mod_exp(tA,v,p)

k = 137071686

4.3. Paverskite k į šešioliktainę formą: k_h = hex(k):

>> kh=dec2hex(k, 32)

kh = 00000000000000000000000082B8C46

4.4. Iššifruokite šifrogramą **c**:

>> NR=1

NR = 1

>> fun='d'

fun = d

>> ms = AES128(c, kh, NR, fun)

ms = 1020

4.10. Bankas atlieka pinigų ***ms*** pervedimo operaciją.

Užduotys Minimaliam-HTTTPS.

Užduotims naudojami viešieji parametrai p=int64(144668519); g=7.

1. Turėdami **Aldonos** privatų raktą x, atsitiktinius skaičius u ir i, nustatykite, kuriam viešam sesijos parametrui t_A ir šiam parametrui suformuoto parašo $\mathbf{\sigma_A} = (r_A, s_A)$ apskaičiavimui buvo panaudotos šios reikšmės:
   1. x=int64(123650908), u=int64(80848762), i=int64(130251774)
   2. x=int64(57298159), u=int64(95805496), i=int64(20908711)
   3. x=int64(115409770), u=int64(54139791), i=int64(47507127)
   4. x=int64(130694878), u=int64(45252398), i=int64(18701868)

   Vieši sesijos parametrai t_A ir jiems suformuoti parašai $\mathbf{\sigma_A} = (r_A, s_A)$:

   1. t_A = 107126995, r_A = 95681387, s_A = 85220607;
   2. t_A = 37453652, r_A = 35107067, s_A = 66096703;
   3. t_A = 65652735, r_A = 26475295, s_A = 66096703;
   4. t_A = 107126995, r_A = 95681387, s_A = 124870334;
   5. t_A = 37453652, r_A = 35107067, s_A = 11477016;
   6. t_A = 143285385, r_A = 126735887, s_A = 85220607;
   7. t_A = 65652735, r_A = 26475295, s_A = 11477016;
   8. t_A = 143285385, r_A = 126735887, s_A = 124870334.

2. Turėdami **Aldonos** atsitiktinį skaičių u ir pervedamą pinigų sumą m, **Banko** viešą raktą b, viešą sesijos parametrą t_B, parašą $\mathbf{\sigma_B} = (r_B, s_B)$, nustatykite, ar **Banko** parašas viešam sesijos parametrui galioja ir kuri **Aldonos** šifrograma **c** suformuota pinigų sumai m, naudojantis šiomis pateiktomis reikšmėmis:
   1. u=int64(13818701), b=int64(33290112), t_B=int64(22393260), r_B=int64(133342595), s_B=int64(48486702), m="1935"
   2. u=int64(63490768), b=int64(124518796), t_B=int64(132211809), r_B=int64(62174403), s_B=int64(101331856), m="15"
   3. u=int64(10002329), b=int64(89264145), t_B=int64(144413333), r_B=int64(125706375), s_B=int64(26860092), m="625"
   4. u=int64(55412227), b=int64(143855886), t_B=int64(65755586), r_B=int64(35350173), s_B=int64(13118777), m="58"

   Parašų galiojimas ir šifrogramos **c**:

   1. **Parašas galioja,** **c** = "cb31833acb311f1fcbfb831fd586cbbf ";
   2. **Parašas negalioja,** **c** = "6db3a4376db3c7a66d6da4a6cc48c497";
   3. **Parašas galioja,** **c** = "9219290b92195391924b2991630e94cd";
   4. **Parašas galioja,** **c** = "464e9fac464ee31f46099f1f58e8654a".

3. Turėdami **Banko** atsitiktinį skaičių v, **Aldonos** viešą raktą a, viešą sesijos parametrą t_A, parašą $\sigma_A = (r_A, s_A)$, šifrogramą **c** nustatykite, ar **Aldonos** parašas viešam sesijos parametrui galioja ir kuri **Aldonos** pervedama pinigų sumą m atitinka šifrogramą **c**, naudojantis šiomis pateiktomis reikšmėmis:

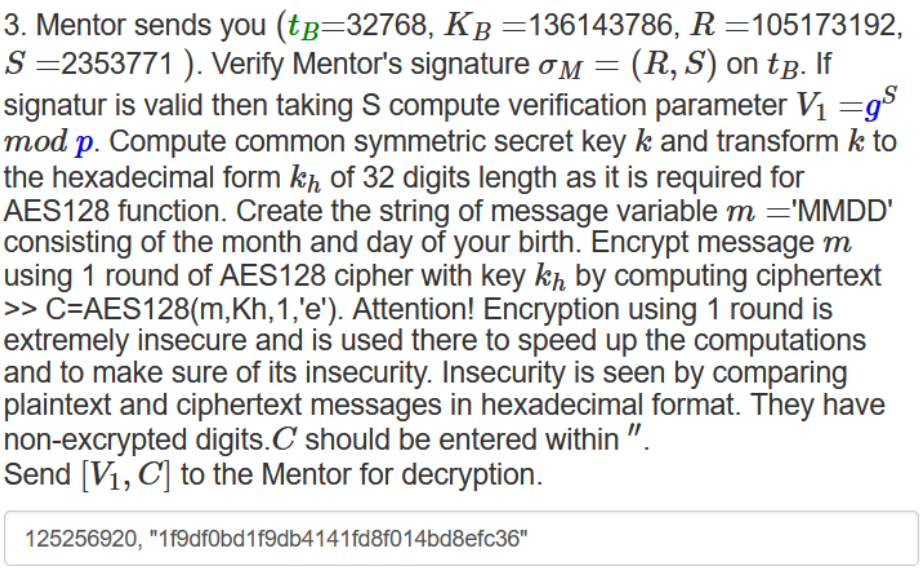
1. v=int64(96251085), a=int64(2673728), t_A=int64(92674994), r_A=int64(135957744), s_A=int64(97243985), **c**="563b4fb5563b840c566c4f0c5c13114e"
2. v=int64(33121508), a=int64(106628859), t_A=int64(12260360), r_A=int64(12260360), s_A=int64(77101193), **c**="2cc192062cc100182c35921837778833"
3. v=int64(39771512), a=int64(55854671), t_A=int64(82187889), r_A=int64(105460384), s_A=int64(133523331), **c**="ae0e7960ae0e8d91aea479915f29cad2"
4. v=int64(58307924), a=int64(92612014), t_A=int64(95778795), r_A=int64(55750710), s_A=int64(127980008), **c**="3c51d1143c51f4183c6cd11827cc7026"

Parašų galiojimas ir pinigų sumos m:

1. **Parašas galioja,** m = 318;
2. **Parašas negalioja,** m = 98;
3. **Parašas galioja,** m = 1567;
4. **Parašas negalioja,** m = 18.

Minimalus-HTTPS, Imimsociety svetainės užduotis

Imimsociety Mini-HTTPS uždavinio 3 dalyje (žr. 5 pav.) turite įvesti į Octave mentoriaus atsiųstą viešą sesijos parametrą t_B (kaip t_B kintamojo vertę naudoti K_B vertę).



5 pav. Imimsociety Mini-HTTPS uždavinio 3 dalis